

A fokozatos szűrés algoritmusának műveletei
(*i.* szűrési fokozat)

Az *i.* szűrési fokozatban a megelőző fokozatokban még ki nem szűrt, ezért potenciálisan prímeket reprezentáló n_B és n_F sorszám-elemek $z_i P_i$ számú, Δ_i különbségű végtelen számtani sorozataiból szűrjük ki azoknak az elemeknek a végtelen számtani sorozatait, amelyekre $P_i | (6n_B + 1)$ (ezek az $n_{B\delta_i}$ sorszámok), valamint amelyekre $P_i | (6n_F + 5)$ (ezek az $n_{F\delta_i}$ sorszámok). A P_i -nél kisebb prímtényezővel való oszthatóság miatt kiszűrhető elemek az *i.* fokozatot megelőző fokozatokban kerültek kiszűrésre, a további műveletekben pedig a potenciálisan prímeket reprezentáló elemek halmazától a P_i -nél nagyobb prímtényezővel való oszthatóság miatt még ki nem szűrt, kritérium szerinti elemeket kell elkülöníteni. A műveletek a következő algoritmus szerint végezhetők:

1. művelet: Konvertálás

A $2\Delta_i$ elemszámú $[0, \Delta_i)$ intervallum-párban a megelőző szűrési fokozatokban ki nem szűrt n_B és n_F sorszámok rendezett sorozatainak száma:

$$\eta_{i-1} = z_{i-1}(P_{i-1}-1) = \quad z_i = 2z_{iB} = 2z_{iF} = (P_2-1)(P_3-1)\dots(P_{i-1}-1)$$

A ki nem szűrt sorozatoknak a $[0, \Delta_i)$ intervallum-párba tartozó, soronként P_i számú tagját a köztük megjelölt egy-egy taggal együtt a $[0, \Delta_{i+1})$ intervallum-pár szegmenseinek 1. oszlopaivá alakítjuk. Az utóbbi intervallum-pár szegmenseinek, illetve 1. oszlopainak száma:

A szegmensek összes elemszáma: $z_i P_i P_{i+1}$
 A $[0, \Delta_{i+1})$ intervallum-pár elemeinek száma: $\Delta_{(i+1)B} + \Delta_{(i+1)F} = 2\Delta_{i+1} = 2 * P_3 P_4 \dots P_{i+1}$

2. művelet: Sorok képzése

A $[0, \Delta_{i+1})$ intervallum-pár szegmenseinek 1. oszlopait képező elemeket sorozat-kezdétként felhasználva, Δ_i különbséggel végtelen számtani sorozatok első P_{i+1} számú tagját képezzük, ezek alkotják az intervallum-pár szegmenseinek sorait.

Az n_B és n_F sorszám sorok száma: $z_i P_i$

3. művelet: Szűrés

A szegmensek 1. oszlopában megjelölt egy-egy taghoz tartozó sorozatokat „kiszűrjük”. Ezért pl. ezeknek a sorozatoknak a szegmenseken belüli P_{i+1} számú elemeit a sorozatkezdő tag kiemelésére használttal megegyező, de a kezdő sorozat $J_i \leq J_{i+1}$ számértékű, ki nem szűrhető első elemének megjelölésétől eltérő jelzéssel látjuk el. Mivel ez az elem a $[0, J_i]$ intervallum-párba tartozik, ezért nem tagja a $(J_i, \Delta_i + J_i]$ periódus-párnak és a további fokozatok periódus-párjainak sem.

A kiszűrésre kerülő legkisebb pozitív elem: $n_{Bi} = (P_i^2 - 1)/6 = n_{Ai} = A_i/6$

A kezdő sorozat első eleme: $J_i = \text{int}[P_i/6]$

A kiszűrt sorozatok száma: $\kappa_i = 2\kappa_{iB} = 2\kappa_{iF} = z_i$

Az utoljára kiszűrt n_B és n_F sorszám-elemek együttes, illetve külön gyakorisága:

$$\rho_i = 2\rho_{iB} = 2\rho_{iF} = \kappa_i v_i$$

Az *i.* szűrési fokozattal bezárólag kiszűrt n_B és n_F sorszám-elemek együttes, illetve külön gyakorisága:

$$\rho_{i\Sigma} = 2\rho_{iB\Sigma} = 2\rho_{iF\Sigma} = 2 - \kappa_{i+1} v_i$$

A ki nem szűrt sorozatok száma: $\eta_i = 2\eta_{iB} = 2\eta_{iF} = z_{i+1}$

A ki nem szűrt n_B és n_F sorszám-elemek együttes, illetve külön gyakoriságának változása az utoljára alkalmazott szűrési fokozatban:

$$\beta_i = 2\beta_{iB} = 2\beta_{iF} = -\rho_i$$

Az *i.*-edik szűrési fokozattal bezárólag ki nem szűrt n_B és n_F sorszám-elemek együttes, illetve külön gyakorisága:

$$\beta_{i\Sigma} = 2\beta_{iB\Sigma} = 2\beta_{iF\Sigma} = \kappa_{i+1} v_i$$

$$S_{0i} = \pi_i^*/A_i \sim \beta_{i\Sigma}/6 = \kappa_{i+1} v_i/6$$

$$S_{0Bi} = \pi_{Bi}/A_i \sim \beta_{iB\Sigma}/6 = \kappa_{i+1} v_i/12$$

$$S_{0Fi} = \pi_{Fi}/A_i \sim \beta_{iF\Sigma}/6 = \kappa_{i+1} v_i/12$$

Az *i.* szűrési fokozatot követő fokozatok műveleteiben (szegmenseiben) sem a fokozattal bezárólag kiszűrt sorozatok, sem a $(0, J_i]$ intervallum-párba tartozó n_B és n_F sorszám-elemek nem szerepelnek.

4. művelet: Kijelölés

A 2. művelet során képzett, de ki nem szűrt sorokban megjelöljük azt az egy-egy tagot – a ki nem szűrt sorozatoknak a $[0, \Delta_{i+1})$ intervallum-párba eső P_{i+1} tagja között –, amelyek az $(i+1)$. szűrési fokozatban kiszűrendő sorozatok 1. tagjai lesznek. A kezdő sorozat J_i számértékű 1. tagja nem szűrhető ki, ezért azt a kiszűrhetőktől eltérően jelöljük meg. (Ennek megfelelően nem szűrhető ki a $(-\Delta_{i+1}, 0]$ intervallum-párba tartozó $-J_i-1$ számértékű elem sem, amely azonban nem a kezdő sorozatnak, hanem a kezdő sorozat kiszűrt párjának a tagja.)

A $[0, \Delta_{i+1})$ intervallum-pár megfelelő szegmenseinek soraiban megjelölendő egy-egy sorozattag az a (4) szerinti B , illetve F sorozatba tartozó összetett számot reprezentáló $n_{B\delta_{i+1}}$, illetve $n_{F\delta_{i+1}}$ sorszám, melyre:

$$P_{i+1} | (6n_{B\delta_{i+1}} + 1) \quad , \quad \text{illetve} \quad P_{i+1} | (6n_{F\delta_{i+1}} + 5)$$

A megjelölést könnyíti az az észrevétel, miszerint minden, az i . fokozattal bezárólag ki nem szűrt $n_{B\delta_{i+1}}^* < \Delta_{i+1}$ sorszámra nézve, az m sorszámnak megfelelően végtelen sok ki nem szűrt $(n_{B\delta_{i+1}}^* + m\Delta_{i+1})$ sorszámon kívül olyan $(n_{F\delta_{i+1}}^* + m\Delta_{i+1})$ ki nem szűrt sorszámok is léteznek, hogy

$$(n_{B\delta_{i+1}}^* + n_{F\delta_{i+1}}^*)/2 = t_{0/i+1} = (\Delta_{i+1} - 1)/2$$

Ha tehát pl. $n_{B\delta_{i+1}}^* = 0$, akkor az i . fokozattal bezárólag ki nem szűrt végtelen sok $m\Delta_i$ számértékű n_B , és $m\Delta_i-1$ számértékű n_F sorszám elem halmazon belül bizonyos, hogy az $(i+1)$. fokozattal bezárólag sem szűrhető ki a végtelen sok $m\Delta_{i+1}$ számértékű n_B , és $m\Delta_{i+1}-1$ számértékű n_F sorszám elem.